УДК 165.0
DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-4-78-84

Дефляционная теория истины и инструменталистская концепция математики

А. В. Хлебалин

Институт философии и права СО РАН
Новосибирск, Россия

Аннотация

Исследована возможность использования дефляционной концепции истины в объяснении природы понятия математической истины в рамках инструменталистской концепции математики. Показано, что использование понятия истины в математической теории аналогично использованию «идеальной» математики в программе Д. Гильберта. Показано, что эта аналогия трактует функцию понятия истины как средство упрощения получения доказательства.

Ключевые слова

инструменталистская концепция математики, инструменталистский дефляционизм, предикат истины, доказательство

Для цитирования

Хлебалин А.В. Дефляционная теория истины и инструменталистская концепция математики // Сибирский философский журнал. 2019. Т. 17, № 4. С. 78–84. DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-4-78-84

Deflationary truth theory and instrumentalist conception of mathematics

A.V. Khlebalin

Institute of Philosophy and Law SB RAS
Novosibirsk, Russian Federation

Abstract

The paper discusses the possibility of using the deflationary conception of truth in explaining the nature of the concept of mathematical truth in the framework of the instrumentalist conception of mathematics. It is shown that the use of the concept of truth in mathematical theory is similar to the use of "ideal" mathematics in D. Hilbert's program. It is also shown that this analogy interprets the function of the concept of truth as a means of simplifying the

© Хлебалин А. В, 2019

process of obtaining evidence (or as speed-up function).

Keywords

instrumentalist conception of mathematics, instrumentalist deflationism, truth predicate, proof

For citation

Khlebalin A. V. Deflationary truth theory and instrumentalist conception of mathematics. *Siberian Journal of Philosophy*, 2019, vol. 17, no. 4, p. 78–84. (in Russ.) DOI 10.25205/2541-7517-2019-17-4-78-84

Ведущую позицию в разработке проблемы истины уже многие десятилетия занимает дефляционный подход, согласно которому понятие истины не обладает существенным содержанием, а выполняет определенные логические функции. Наиболее влиятельными его представителями являются Х. Филд и П. Хорвич. Вместе с тем невероятно стремительный рост популярности дефляционного подхода привел к созданию впечатляющей палитры различных формулировок дефляционного подхода к интерпретации понятия истины, претендующих от общих заявлений и демонстраций бессодержательности понятия истины предложить формально корректную формулировку этой общефилософской концепции. Эта тенденция привела к созданию большого числа аксиоматических теорий, выражающих концепцию, согласно которой понятие истины является по сути своей синтаксическим, не включающим в себя никакого семантического содержания. Аксиоматический подход обладает очевидными преимуществами по сравнению с дефиниционным, и сторонник дефляционного подхода, как правило, предпочитает именно эту стратегию. При создании каждой из теорий четко обозначаются цели ее конструирования: выразить убеждение в том, что понятие истины не служит никакой иной цели, кроме как процедуре раскавычивания – дисквотационная теория; выражение принципа композициональности – композиционная теория. Этот перечень принципов может быть без труда продолжен. В результате современное состояние, в котором находится дефляционная теория истины, характеризуется стремлением создать аксиоматическую теорию, наиболее полно выражающую принципы дефляционной концепции, причем при создании такой теории должны использоваться исключительно синтаксические средства, «не привносящие» никаких семантических средств. Иными словами, эта, по сути своей, формально-логическая задача, – нисколько не принижая ее важности и значения для обоснования общефилософской концепции дефляционизма, – на протяжении более чем десятка лет вытеснила философские аспекты дефляционизма. В дальнейшем нас будет занимать именно вопрос о функциях предиката истины, предписываемых ему дефляционной концепцией в связи с более общими эпистемологическими теориями. Одним из очевидных кандидатов на роль последних является концепция математического инструментализма, в том виде как она представлена в программе Д. Гильберта.

В общей дефляционной концепции истины можно выделить позитивную и негативную части. Позитивная заключается в утверждении о том, что предикат истины является экспрессивным средством, позволяющим выражать обобщения наиболее естественным способом, отказ от которого потребовал бы использования намного более громоздких и искусственных средств. Простейшая форма обобщения может быть представлена следующим образом. Пусть ⌜φ⌝ будут номерами для предложений φ, и пусть имеется множество предложений, которое указано формулой $B(x)$. Если мы пытаемся утверждать все предложения в B, мы можем воспользоваться схематической формой, вроде $B(\ulcorner\varphi\urcorner) \rightarrow \varphi$ для всех предложений φ; но она будет только аппроксимацией, а не действительным утверждением всех предложений в B. Но с помощью предиката истины $T(x)$ вполне естественным способом можно выразить обобщение $\forall x(B(x) \rightarrow T(x))$, которое включает все предложения.

Отрицательная составляющая дефляционной концепции заключается в утверждении того, что предикат истины не выполняет ничего, кроме функции обобщения. Именно отрицательная составляющая концепции явилась источником обязательства консервативности для дефляционной теории истины. Само требование консервативности может быть сформулировано в виде концепции теоретико-доказательной консервативности, согласно которой для всех формул φ языка арифметики L_A, если $T(\text{PA}) \vdash \varphi$, тогда $\text{PA} \vdash \varphi$; или в виде концепции теоретико-модельной консервативности, согласно которой каждая модель PA может быть расширена до модели $T(\text{PA})$. Хотя далеко не все представители дефляционизма согласны с тем, что дефляционная концепция должна удовлетворять требованию консервативности расширения (см., например: [Halbach, 2011; Horsten, 2011]), интересующий нас случай возможности использования дефляционной концепции истины для выражения инструменталистского понимания математики, неизбежно сталкивается с таким требованием.

В математическом инструментализме дефляционная концепция истины представлена в виде трактовки истины как «инструментального предиката». Известно, что программа Д. Гильберта, включающая инструменталистскую концепцию математики, имеет длительную историю развития, в которой для наших целей важна предложенная им в 1920-е гг. концепция различения реальной и идеальной математики. «Реальная» часть математики состоит из осмысленных предложений, обладающих значением; эти предложения основаны на концепции конкретных знаков, и относятся к финитной математике; она интуитивно приемлема; наконец, эта часть математики включает в себя формализованные доказательства и может быть использована для доказательства непротиворечивости «идеальной» части. «Идеальная» математика включает трансфинитные элементы; ее предложения не имеют значения, если они не выражают финитные утверждения, в этой

связи они должны быть формализованы и должна быть доказана их непротиворечивость. Таким образом, для демонстрации непротиворечивости классической математики достаточно показать, что «идеальная» математика консервативна по отношению к «реальной» ее части, и доказательство консервативности должно быть получено в «реальной» математике. Несмотря на широко распространенное мнение о том, что теоремы К. Геделя о неполноте продемонстрировали несостоятельность программу Д. Гильберта, саму программы нельзя считать архивной историей оснований математики. Известны многие варианты ее развития в свете результатов К. Геделя.

Концепция дефляционной истины в инструменталистской математике была предложена М. Фишером. Демонстрация возможности использования дефляционной концепции истины в связи с различением идеальной и реальной математики может быть представлена следующим образом. Традиционно используемая при построении дефляционной теории истины в качестве теории синтаксиса Арифметика Пеано (PA) имеет независимое обоснование (например, доказательство Генценом непротиворечивости PA с трансфинитной индукцией) и может рассматриваться в качестве «реальной» части. Расширение языка арифметики за счет добавления предиката истины вводит идеальный элемент: «В этом случае мы не вводим новый значимый предикат, который обязывает нас к новому виду сущностей, скорее, он позволяет получить новые формулы, такие как обобщение, аналогично тому, что описано Гильбертом, когда он переходит от схематической версии к формуле со свободными переменными» [Fischer, 2015. P. 298]. Реальная часть содержит объектную теорию, ее предложения обладают значениями; объектной теории соответствует условие-истинностная семантика, в которой термин обозначают объекты, а предикаты выражают свойства. В отличие от реальной части, – в полном соответствии с дефляционной концепцией, – предикат истины не выражает свойства, а его значение полностью определяется правилами вывода и аксиомами, вполне согласно концепции дефляционного инференциализма Л. Хорстена. Здесь мы имеем дело с трактовкой предиката истины как выполняющего исключительно экспрессивную функцию, позволяющую получить новые формы выражений; по аналогии с программой Гильберта, в которой предложения идеальной математики допускаются с целью получения неограниченной квантификации, в случае инструменталистской трактовки предиката истины, этой целью являются обобщения. Второй аспект функционирования предиката истины, согласно инструменталистской трактовке, связан с его ролью в доказательстве. Согласно дефляционной трактовке, введение в теорию понятия истины не должно привести к доказательству новых теорем, а значит, роль эта связана с облегчением доказательства уже известных теорем, с «укорачиванием» этих доказательств.

Несмотря на неизбежность использования понятия истины для обобщений, вроде закона исключенного третьего, иллюстрируемая ими выразительная функция предиката истины нуждается в уточнении. Прежде всего, принято уточнять природу той знаковой системы, для которой фиксируется увеличение выразительных возможностей: речь идет о языке, логике или о теории. Остается не ясным, кому из этих трех кандидатов можно приписать исходный смысл выразительности: «…хотя кажется наиболее естественным применять понятие экспрессивности к языкам и логике. Теории обладают дедуктивной силой, которая должна быть отделена от выразительной силы; только в каком-то производном смысле позволительно использовать понятие экспрессивности применительно к теориям» [Fischer, Horsten, 2015. P. 4]. Обычно выразительность понимается как семантическое понятие. И если мы ставим вопрос о выразительности применительно к языку или логике, то мы уже должны предполагать определенную семантику. Мы вынуждены опустить здесь обзор технических тонкостей, встающих при семантической интерпретации выразительности применительно к языку и логике (об этом см.: [Ibid. P. 5–7]), и ограничимся указанием на то, что, в связи с интересующим нас вопросом о совместимости утверждений о дефляционном характере понятия истины, нередуцируемости выразительной функции предиката истины и требованием консервативности расширения исходной теории, целесообразно принять следующую экспликацию понятия выразительности, увязанную с концепцией консервативности. Если мы релятивизируем языки L_1 и L_2 к классам моделей, представленных, соответственно, теориями T_1 и T_2, требуется, чтобы можно было представить каждую модель T_1 как редукцию модели T_2. Для этого необходимо прибегнуть к понятию семантически консервативного расширения, основанного на понятии расширения модели: Теория T_2 является семантически консервативным расширением теории T_1, если и только если каждая модель T_1 может быть расширена до модели теории T_2. В этом случае мы получаем следующее определение выразительности. Пусть $L_1 \quad L_2$. Тогда L_2 выразительно сильнее в отношении T_2, чем L_1 в отношении T_1, если существует класс моделей k, который является элементарным в L_2 в отношении T_2, но для которого класс ограничений (reducts) k не является элементарным в L_1 в отношении T_1 [Ibid. P. 6–7].

Таким образом, понятие о выразительной функции предиката истины становится увязанным с понятием дедуктивной силы. Нужно различать понятия синтаксической и семантической консервативности. Пусть S и T будут теориями, тогда T будет синтаксически консервативным расширением S, если и только если $S \quad T$, и для любого ϕ в языке S, если ϕ доказуемо в T, то ϕ доказуемо и в S. И T будет семантически консервативным расширением S, если и только если все модели S могут быть расширены до моделей T. Понятие семантической консервативности сильнее, так как любое семантически консервативное расширение будет и синтаксически консервативным.

Обратное не будет верным, по крайней мере, для некоторых аксиоматических теорий истины, например, для композициональной теории истины Тарского (см.: [Halbach, 2011]).

В развернувшихся дебатах об обоснованности дефляционизма в связи с неконсервативностью расширения Арифметики Пеано после добавления предиката истины обычно не уточняется, о каком виде консервативности идет речь. В аргументации С. Шапиро принимается семантическая трактовка консервативности. В этом случае теория истины, добавление которой к исходной теории приводит к семантически неконсервативному расширению, исключает некоторые модели этой исходной теории. Согласно М. Фишеру и Л. Хорстену, если мы займем позицию намеренной интерпретации арифметики и примем определение консервативности в терминах определимых подмножеств, тогда никакие возможности не исключаются неконсервативным семантическим расширением: «Если мы примем теоретико-модельную (или алгебраическую) перспективу, тогда теория истины для исходной теории не должна элиминировать возможности, тогда это не будет теорией истины *для* исходной теории (понимаемой как класс моделей)» [Fischer, Horsten, 2015].

Иными словами, мы можем принять одну из двух точек зрения на исходную математическую теорию: либо как на теорию об определенной модели, или же рассматривая все модели теории на равных, последнее представляет собой упомянутую выше алгебраическую позицию. Именно последний вариант представляется наиболее приемлемым для защиты дефляционной концепции истины. В таком случае формулировка теории истины для алгебраически понимаемой теории должна обеспечивать семантическую консервативность расширения исходной теории и в то же время увеличивать экспрессивную силу теории. Известна теория истины PT^- (см.: [Fischer, 2009]), которая отвечает и требованию семантически консервативного расширения теории, и требованию увеличения выразительной силы исходной теории. В отношении семантически консервативного расширения, она может рассматриваться в качестве решающего аргумента (по крайней мере, в том, что касается математического знания) против тезиса С. Шапиро о несостоятельности дефляционной концепции истины. Кроме того, PT^- определенно представляет выразительную функцию предиката истины: она допускает конечное выражение конечно не аксиоматизируемых математических теорий, позволяет доказывать семантические теоремы (теорема о полноте) и обладает неэлементарным увеличением (non-elementary speed-up) экспрессивных возможностей исходной теории (см.: [Fischer, 2009; Fischer, Horsten, 2015]). Теория PT^- представляет предикат истины как действительно увеличивающий скорость доказательства теорем в PA. Предложенная интерпретация предиката истины как средства ускорения получения доказательства (или сокращение доказательства; speed-up-функция предиката

истины) выявляет тесную связь дефляционизма и математического инструментализма.

Таким образом, инструменталистская трактовка предиката истины, возможность которой в общих чертах продемонстрирована, представляется вполне жизнеспособной. Следующим необходимым шагом в развитии этой концепции должно стать детальное исследование возможности инструменталистского дефляционизма соответствовать требованию консервативности расширения теории с предикатом истины. Общей стратегией решения этой проблемы может стать использование принципа рефлексии. Но сама эта проблема требует особого, отдельного рассмотрения в дальнейшем исследовании.

Список литературы / References

Fischer M. Minimal truth and interpretability. *Review of Symbolic Logic*, 2009, vol. 2, no. 4, p. 799–815.

Fischer M. Deflationism and instrumentalism. In: Unifying the Philosophy of Truth. Springer, 2015, p. 293–306.

Fischer M., Horsten L. The expressive power of truth. *The Review of Symbolic Logic*, 2015, vol. 8, no. 2, p. 1–25.

Halbach V. Axiomatic Theories of Truth. Cambridge, UK, Cambridge Uni.. Press, 2011. 364 p.

Horsten L. The Tarskian Turn: Deflationism and Axiomatic Truth. MIT Press, 2011. 165 p.

Horwich P. Truth. Oxford, Clarendon Press, 1998. 190 p.

Материал поступил в редколлегию
Received
10.10.2019

Сведения об авторе / Information about the Author

Хлебалин Александр Валерьевич, кандидат философских наук, старший научный сотрудник Института философии и права, заместитель директора по научной работе (ул. Николаева, 8, Новосибирск, 630090, Россия)

Aleksandr V. Khlebalin, Candidate of Science (Philosophy), Senior Researcher, Institute of Philosophy and Law SB RAS, Deputy Director for Research (8 Nikolaev Str., Novosibirsk, 630090, Russian Federation)

sasha_khl@mail.ru